

Tehtäviä

Aloita näistä

1. Selvitä ensimmäisten jäsenten avulla, onko kyseessä aritmeettinen tai geometrinen lukujono ja ilmoita myös mahdollinen erotusluku tai suhdeluku.

- a) 2, 5, 8, 11, 14,...
- b) 1, -2, 4, -8, 16,...
- c) 1, 4, 9, 16, 25,...
- d) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$
- e) 10, 6, 2, -2, -6,...

Ratkaisu

- a) Aritmeettinen, $d=3$.
- b) Geometrinen, $q=-2$.
- c) Ei kumpikaan.
- d) Geometrinen, $q=\frac{1}{2}$.
- e) Aritmeettinen, $d=-4$.

2. Lukujono 0, 12, 24, 36, 48, ... on aritmeettinen.

- a) Määritä erotusluku d .
- b) Määritä yleisen jäsenen lauseke.
- c) Mikä on lukujonon 20. jäsen?

Tarkista b ja c kohtien vastaus taulukkolaskentaa hyödyntäen

Ratkaisu

- a) $d=12$
- b) $a_n = 12n - 12$
- c) $a_{20} = 228$

3. Lukujono 1, 3, 9, 27, 81, ... on geometrinen.

- a) Määritä suhdeluku q .
- b) Määritä yleisen jäsenen lauseke.

c) Mikä on lukujonon 15. jäsen?

Tarkista b ja c kohtien vastaus taulukkolaskentaa hyödyntäen

Ratkaisu

a) $q=3$

b) $a_n=3^{n-1}$

c) $a_{15}=3^{14}=4\ 782\ 969$

4. Lukujonon ensimmäinen jäsen on 8 ja erotusluku 5. Määritä taulukkolaskentaohjelmaa apuna käyttäen lukujonon 10 ensimmäistä jäsentä.

Ratkaisu

8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, 43, 48, 53

5. Lukujonon ensimmäinen jäsen on 240 ja suhdeluku $-\frac{1}{2}$. Määritä taulukkolaskentaohjelmaa apuna käyttäen lukujonon 10 ensimmäistä jäsentä.

Ratkaisu

240, -120, 60, -30, 15, $-\frac{15}{2}$, $\frac{15}{4}$, $-\frac{15}{8}$, $\frac{15}{16}$, $-\frac{15}{32}$

6. Määritä geometrisen jonon yleinen jäsen, kun tiedetään, että jonon ensimmäinen jäsen on 4 ja suhdeluku 7. Mikä on jonon 10. jäsen?

Ratkaisu

$$a_n=4 \cdot 7^{n-1}$$

$$a_{10}=4 \cdot 7^9=161\ 414\ 428$$

Paranna osaamistasi

7. Määritä sellaisen aritmeettisen lukujonon yleisen jäsenen lauseke, jonka kaksi ensimmäistä jäsentä ovat 16 ja 40. Määritä myös kyseisen jonon 100. jäsen.

Ratkaisu

$$d=40-16=24$$

$$a_n=24n-8$$

$$a_{100}=2392$$

8. Määritä geometrisen jonon yleinen jäsen, kun kyseisen jonon ensimmäiset jäsenet ovat 80 ja 20.

Ratkaisu

$$q=\frac{20}{80}=\frac{1}{4}$$

$$a_n=80\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$$

9. Määritä geometrisen jonon yleinen jäsen, kun tiedetään, että jonon 2. jäsen on 100 ja 3. jäsen on -50.

Ratkaisu

$$q=\frac{a_3}{a_2}=\frac{-50}{100}=-\frac{1}{2}$$

$$a_1=\frac{a_2}{q}=-200$$

$$a_n=-200\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

10. Kirsti päättää säästää palkastaan joka kuukausi 2 kertaa enemmän kuin edeltävänä kuukautena. Tammikuussa Kirsti säästää 5 euroa. Kuinka paljon Kirstin pitäisi säästää saman vuoden lokakuussa, jos hän jatkaa samalla lailla säästämistä sinne asti?

Ratkaisu

$$a_{10}=5\cdot 2^9=2560 \text{ (€)}$$

11. Onko luku

- a) 325
- b) 1465
- c) 262

sellaisen aritmeettisen lukujonon jäsen, jonka kaksi ensimmäistä jäsentä ovat 5 ja 9.

Ratkaisu

$$d=4$$

$$a_n = 4n + 1$$

- a) Kyllä, a_{81} .
- b) Kyllä, a_{366} .
- c) Ei ole.

Hieman enemmän haastetta

12. Aritmeettisen lukujonon 3 ensimmäistä jäsentä ovat 2, 5 ja 8. Kuinka moni kyseisen lukujonon jäsenistä on pienempi kuin 50?

Ratkaisu

$$a_n = 3n - 1$$

$$3n - 1 < 50 \Leftrightarrow n < 17$$

Vastaus: 16 jäsentä

13. Auditorion katsomossa on 15 riviä, joista alimmalla on 20 paikkaa ja ylimmällä 48 paikkaa. Paikkojen määrä riveillä kasvaa tasaisesti alhaalta ylöspäin. Kuinka monta paikkaa löytyy keskimmaiselta riviltä (rivi 8)?

Ratkaisu

$$a_n = 20 + (n - 1) \cdot d$$

$$a_{15} = 20 + 14d = 48 \Leftrightarrow d = 2$$

$$\text{Täten } a_n = 2n + 18 \text{ ja } a_8 = 34$$

Vastaus: Keskimmaisella rivillä on 34 paikkaa.

14. Lukujonon ensimmäiset jäsenet ovat 2, 8, 32, 128, 512, ... Kuinka mones lukujonon jäsenistä on 131 072?

Ratkaisu

$$a_n = 2 \cdot 4^{n-1}$$

$$2 \cdot 4^{n-1} = 131\,072 \Leftrightarrow 4^{n-1} = 65536 \Leftrightarrow 4^{n-1} = 4^8 \Leftrightarrow n-1 = 8 \Leftrightarrow n = 9$$

Vastaus: Lukujonon yhdeksäs jäsen on 131 072.

15. Tarkastellaan aritmeettista lukujonoa, jonka ensimmäiset jäsenet ovat $2x+5$, 15 ja $4x+7$. Ratkaise x ja luettele jonon 5 ensimmäistä jäsentä kokonaislukuina.

Ratkaisu

$$4x + 7 - 15 = 15 - (2x + 5)$$

$$4x - 8 = 10 - 2x$$

$$6x = 18 \Leftrightarrow x = 3$$

Vastaus: Lukujonon ensimmäiset viisi jäsentä ovat 11, 15, 19, 23 ja 27.

16. Pekka aloittaa säästämään rahaa siten, että joka päivä hän laittaa säästöpossuun 50 senttiä isomman summan kuin edeltävänä päivänä. Ensimmäisenä päivänä Pekka tallettaa 50 senttiä.

a) Kuinka paljon Pekan tulee tallettaa tasan vuoden (365 päivää) kuluttua?

b) Monentena päivänä ylittyy 100 euron talletussumma?

Ratkaisu

$$a) a_{365} = 0.50 + 364 \cdot 0.50 = 182.50 \text{ (€)}$$

$$b) a_n = 0.50n$$

$$100 = 0.50n \Leftrightarrow n = 200$$

Vastaus: Sadan euron talletussumma ylittyy 201. päivänä. (200. päivänä talletussumma on tasan 100 euroa.)

17. Geometrisen lukujonon yleinen jäsen on $a_n = 8 \cdot 3^{n-1}$. Kuinka monta lukujonon jäsentä on alle 52 488?

Ratkaisu

$$a_n < 52\,488 \Leftrightarrow 8 \cdot 3^{n-1} < 52\,488 \Leftrightarrow 3^{n-1} < 6561 \Leftrightarrow 3^{n-1} < 3^8 \Leftrightarrow n-1 < 8 \Leftrightarrow n < 9.$$

Vastaus: Lukujonon jäsenistä kahdeksan ensimmäistä on alle 52 488.