

Alkusanat

Ratkaisuja fysiikan YO –koetehtäviin

TI–Nspire CAS –ohjelmalla

Markku Parkkonen

Tähän on koottu esimerkkiratkaisuja tehtäviin, joiden ratkaisemisessa symbolista laskentaa tai kuvaajien analysointia voi käyttää apuna.

Laskut on laskettu muistiinpanosovellukseen. Sivu on tarvittaessa jaettu osiin taulukon ja tilastokuvaajien kesken.

Tämä moniste on tehty alusta loppuun TI–Nspire CAS –ohjelmistolla ja voidaan aukaista myös TI–Nspire –laskimella ja iPad –sovelluksella.

Tämä tiedosto on ladattavissa alkuperäisessä ja PDF –muodossa osoitteessa: nspire.fi

Siirry seuraavalle sivulle painamalla samanaikaisesti ctrl ja ▶.

Ratkaisun laskut on suoritettu matematiikkaruuduissa(Math –ruutu).

- Math –ruudut on käytettävissä vain Muistiinpanot –sovelluksessa.
- Math –ruutu listätään **Lisää** –valikon kautta tai pikanäppäimellä **CTRL + M**
- Math ruutu voi näyttää esim. tältä: $G_1 := m_1 g$
- Ruudun sisällä oleva lasku lasketaan painamalla **Enter**. Syöte on sininen ja tulos on vihreä.
- Kun kirjoitetaan vain kaava, siirretään kursori ruudun ulkopuolelle.
- Math –ruudun määrittämiä voidaan muuttaa valitsemalla 5:Math–ruudun asetukset tai klikkaamalla hiiren kakkospainiketta ruudun päällä.

YO K14 Fysiikka T3

K14 T3. Pakastimesta otettu pussillinen marjoja sulatetaan mikroaaltouunissa. Jäisten marjojen massa on 250 g ja lämpötila -18 °C . Mikroaaltouuni lämmittää ja sulattaa marjoja 180 W:n teholla. Marjat ovat uunissa 9 min 20 s. Mikä on marjojen lämpötila, kun ne otetaan uunista? Marjat ovat lähes kokonaan vettä.

RATKAISU:

Lähtöarvot tallennetaan muuttujiksi, joiden arvoa voidaan myös jälkikäteen muuttaa:

$$m:=0.25\text{ _kg} \quad t_0:=-18\text{ _°C}, \quad t_{\text{sulamispiste}}:=0\text{ _°C}$$

$$\text{teho}:=180\text{ _W} \quad \text{aika}:=9\text{ _min}+20\text{ _s}$$

$$\text{Veden ominaslämpökapasiteetti:} \quad c_{\text{vesi}}:=4.19 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{ _J}}{\text{ _kg} \cdot \text{ _°C}}$$

$$\text{Jään ominaislämpökapasiteetti:} \quad c_j:=2.09 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{ _J}}{\text{ _kg} \cdot \text{ _°C}}$$

$$\text{Veden ominaissulamislämpö:} \quad s:=333 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{ _J}}{\text{ _kg}}$$

Mikroaaltouunin luovuttama energia kuluu jäisten marjojen lämmittämiseen sulamispisteeseen, marjojen sulattamiseen ja sulaneiden marjojen lämmittämiseen.

Lasketaan mikroaaltouunin luovuttama energia:

$$\text{energia}:=\text{teho} \cdot \text{aika} \triangleright 100800 \cdot \text{ _J}$$

Lasketaan energia, joka kuluu jäisten marjojen lämmittämisessä sulamispisteeseen:

$$e_1:=c_j \cdot m \cdot (t_{\text{sulamispiste}}-t_0) \triangleright 9405 \cdot \text{ _J}$$

Sulamisessa kuluva energia:

$$e_2:=s \cdot m \triangleright 83250 \cdot \text{ _J}$$

$$\text{Energiaa on käytettävissä } e_{\text{vesi}}:=\text{energia}-(e_2+e_1) \triangleright 8145 \cdot \text{ _J}$$

Tämä energia kuluu veden lämmittämisessä ja loppulämpötilaksi saadaan:

$$\text{solve}(e_{\text{vesi}}=c_{\text{vesi}} \cdot m \cdot (t_{\text{loppu}}-t_{\text{sulamispiste}}), t_{\text{loppu}}) \triangleright t_{\text{loppu}}=7.77566 \cdot \text{ _°C}$$

Marjojen loppulämpötila on siten noin 7,8 °C.

YO S14 Fysiikka T2

S14 T2. Mansikkakiisselin keittämistä jääpaloja lisäten...

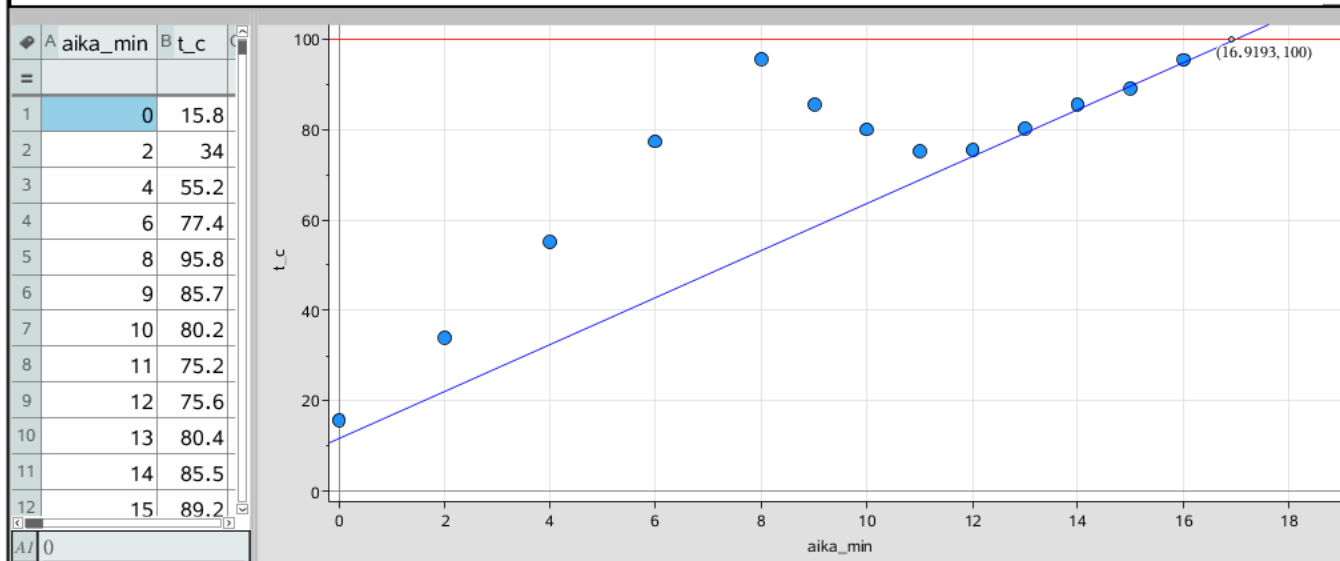
a) Esitä graafisesti keitoksen lämpötila ajan funktiona. (3 p.) *Kuva alla.*

b) Mitä keitoksessa tapahtuu aikaväleillä 8,5–10,5 min ja 13,5–15,5 min? (2 p.)

8,5–10,5 min: Jääpala lämpenee sulamispisteeseen ja sulaa. Kiisselin lämpötila laskee, koska se luovuttaa energiaa. 13,5–15,5 min: Kiisseli lämpenee kuumen kattilan pohjan välityksellä.

c) Millä ajanhetkellä keitos saavuttaa 100 °C:n lämpötilan marjojen lisäämisen jälkeen? (1 p.)

Kuvaajaan piirretyn suoran perusteella noin 17 minuutin kohdalla lämpötila saavuttaa 100 °C



Ohjeita kuvaajan laatimiseen ja analysointiin:

Jaetaan näyttö tarvittavaan määrään osia ja lisätään niihin halutut sovellukset:

- **Listat & Taulukot** –sovellus mittauspisteiden syöttämistä varten
- **Data & Tilastot** –sovellus kuvaajan piirtämistä ja analysointia varten

Listat & Taulukot –ohjeita:

- Mittauspisteet sisältävä sarake tulee nimetä kirjoittamalla ylimpään soluun suureen nimi. Näin sarake tallentuu automaattisesti listamuuttujaksi.

Data & Tilasto –ohjeita:

- Lisätään klikkaamalla akseleille halutut suureet
- Akselien skaalausta voi muuttaa niistä tarttumalla ja raahaamalla
- Mittauspisteisiin voidaan lisätä automaattinen regressio tai käsin sovitettava suora:
 - * Analysoi – Lisää siirrettävä suora. (Korkeutta ja jyrkkyyttä voi hiirellä muuttaa)
 - * Analysoi – Piirrä funktio, mahdollistaa halutun funktion piirtämisen (esim: $f(x)=100$)
 - * Analysoi – Jäljitä kuvaaja –toiminnon avulla voidaan tutkia kuvaajan koordinaatteja
- Mittauspisteistä tarttumalla niitä voidaan siirtää, mutta se ei yleensä ole tarpeellista

YO S14 Fysiikka T3

S14 T3. Suomessa käytettiin aikaisemmin junaraiteita, joissa peräkkäisten kiskojen väliin jätettiin lämpölaajenemisvara. Kiskojen lämpötilan oletetaan vaihtelevan vuodenaikojen mukaan $-35,0\text{ °C}$:n ja $55,0\text{ °C}$:n välillä. Teräskiskon pituus on $15,00\text{ m}$ lämpötilassa $22,0\text{ °C}$

- a) Kiskoja asennettaessa lämpötila on $15,0\text{ °C}$. Kuinka pitkä rako peräkkäisten kiskojen väliin on asennuksessa jätettävä, kun äärimmillään kiskojen päät juuri ja juuri koskettavat toisiaan oletetulla lämpötilan vaihteluvälillä, mutta ne eivät saa puristua toisiaan vasten? (4 p.)
- b) Oletetaan, että kiskon lämpötila vaihtelee eri vuodenaikoina määritettyjen ääriämpötilojen välillä. Kuinka paljon kiskon pituus vaihtelee enimmillään vuoden aikana? (2 p.)

a) Teräksen pituuden lämpötilakerroin: $\alpha_{Te} := 12 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{\text{°C}}$

Määritetään lämpötilassa $22,0\text{ °C}$ 15 metriä ($l_0 := 15\text{ m}$) pitkän kiskon pituus asennuslämpötilassa 15 °C .
Lämpötilan muutos on $dt_0 := -7\text{ °C}$

Kisko lyhenee: $dl_{15} := l_0 \cdot \alpha_{Te} \cdot dt_0 \rightarrow -0,00126\text{ m}$, joten kiskon pituus (15 °C) $l_{15} := l_0 + dl_{15} \rightarrow 14,9987\text{ m}$

Kisko laajenee lämmitessään $15,0\text{ °C} \rightarrow 55,0\text{ °C}$. Lämpötilan muutos on $dt_1 := 40\text{ °C}$.

Kiskon pituuden muutos: $dl := l_{15} \cdot \alpha_{Te} \cdot dt_1 \rightarrow 0,007199\text{ m}$.

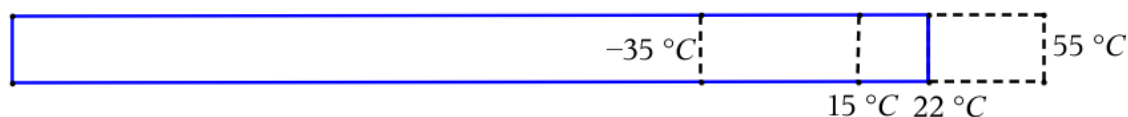
Kiskojen väliin on jätettävä $7,20\text{ mm}$.

b) Suurin kasvu on $15,0\text{ °C} \rightarrow 55,0\text{ °C}$ ($dt_{\max} := 40\text{ °C}$), eli $dl_{\max} := l_{15} \cdot \alpha_{Te} \cdot dt_{\max} \rightarrow 0,007199\text{ m}$.

Suurin lyheneminen on $15,0\text{ °C} \rightarrow -35,0\text{ °C}$ ($dt_{\min} := -50\text{ °C}$). $dl_{\min} := l_{15} \cdot \alpha_{Te} \cdot dt_{\min} \rightarrow -0,008999\text{ m}$

Lyhimmän ja pisimmän mitan välillä on eroa siten $dl_{\max} - dl_{\min} \rightarrow 0,016199\text{ m}$.

Pituusvaihtelu on suurimmillaan noin $16,2\text{ mm}$.



YO S14 Fysiikka T7

S14 T7. Oheisessa kytkentäkaaviossa paristojen lähdejännitteet ovat $E_1 = 6,0 \text{ V}$, $E_2 = 12 \text{ V}$ ja $E_3 = 8,0 \text{ V}$. Paristojen sisäiset resistanssit ovat hyvin pieniä. Vastusten resistanssit ovat $R_1 = 2,0 \Omega$, $R_2 = 4,0 \Omega$ ja $R_3 = 3,0 \Omega$.

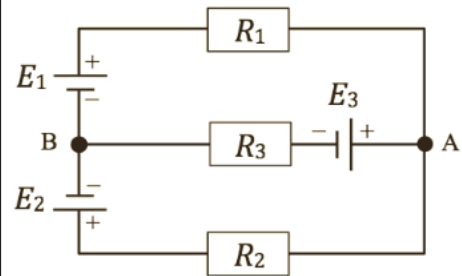
- a) Laske vastusten läpi kulkevat virrat. (4 p.)
 b) Kuinka suuri on jännite U_{AB} ? Muuttuuko jännite, kun piste B maadoitetaan? (2 p.)

RATKAISU

Tallennetaan annetut alkuarvot:

$e_1 := 6,0 \text{ V}$, $e_2 := 12,0 \text{ V}$ ja $e_3 := 8,0 \text{ V}$

$r_1 := 2,0 \Omega$, $r_2 := 4,0 \Omega$ ja $r_3 := 3,0 \Omega$



- a) Kirjoitetaan Kirchhoffin I ja II mukaiset yhtälöt:

KI kohdassa B: $k1 := i_1 = i_2 + i_3$

KII ylemmässä silmukassa vastapäivään alkaen kohdasta B:

$k21 := -r_3 \cdot i_3 + e_3 - r_1 \cdot i_1 - e_1 = 0$

KII ulkokehää pitkin vastapäivään alkaen pisteestä B:

$k22 := e_2 - r_2 \cdot i_2 - r_1 \cdot i_1 - e_1 = 0$

Ratkaistaan vastusten läpi kulkevat virrat:

$\text{solve} \left(\begin{matrix} k1 \\ k21 \\ k22 \end{matrix}, \{i_1, i_2, i_3\} \right) \rightarrow i_1 = 1,0 \text{ A and } i_2 = 1,0 \text{ A and } i_3 = 0.$

Vastaus: Ylemmässä ja alemmassa haarassa kulkee kuvan suuntaisesti 1 A sähkövirrat ja keskellä ei kulje virtaa.

- b) Koska I_3 on 0 A, niin U_{AB} on jännitelähteen E_3 jännitteen suuruinen eli 8,0 V.

Potentiaaliero U_{AB} pysyy vakiona vaikka piste B maadoitettaisiin ja sen potentiaali olisi 0V.

