

MAA K2022 Esimerkkejä TI-Nspiren
hyödyntämisestä koetehtävissä
(tiedostoa täydennetään)

5. Osan monivalintakohdista voi piirtää
liikuteltavia apukuvioita tai laskea vastauksen

5.7 Väitteen paikkaansapitävyyttä voi testata
testi luvuilla. Taulukossa arvottu lukuja ja
testattu ehtoa niihin. Vaihtoehtoisesti
sarakkeisiin voisi laskea luvut a^3, b^3 jne.

5.8 $\frac{d}{dx}((x^2+5 \cdot x+1) \cdot (x+3))|_{x=0} \triangleright 16$

5.9 $\text{solve}(x^x=100,x) \triangleright x=3.597285 \text{ ⚠}$

A a	B b	C	D
=	=randint(-10,10,15)	=randint('a<b' ⇔ a<b)	=randint('a<b' ⇔ a^3<b^3)
1	-5	4 false	true
2	7	1 true	true
3	-3	3 true	true
4	2	9 false	true
5	2	4 false	true
6	-9	6 false	true
7	-10	1 true	true

D = 'a<b' ⇔ 'a^3<b^3'

6. Piirretään ensin kuva tilanteesta, jossa satunnaisesti valittu liikusäätimen arvo r .
Ratkaistaan kaikki ympyrän ja paraabelin leikkauspisteet.

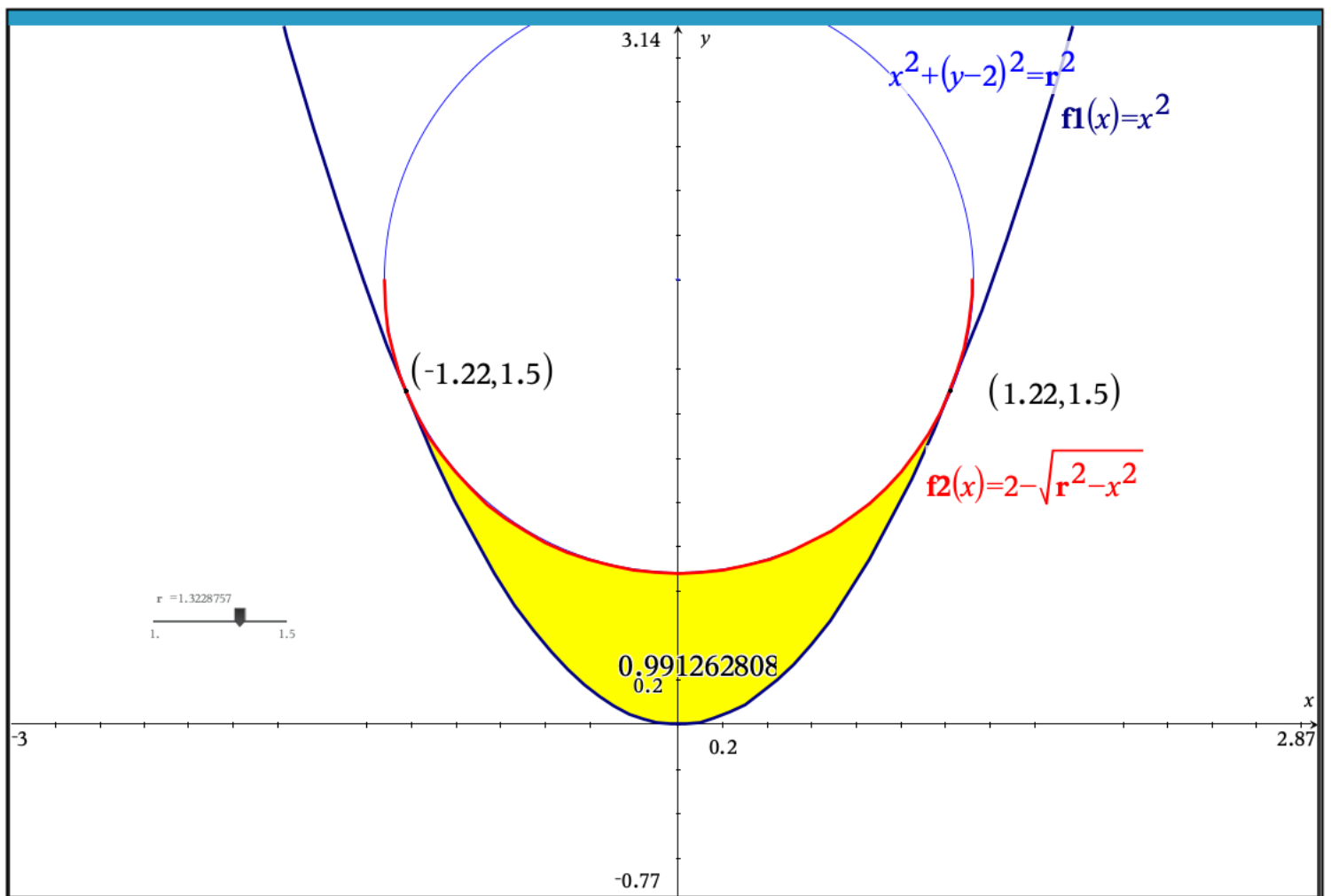
$\text{solve}\left(\begin{cases} y=x^2 \\ x^2+(y-2)^2=r^2 \end{cases}, \{x,y\}\right)$

$x = \frac{\sqrt{-2 \cdot (\sqrt{4 \cdot r^2 - 7} - 3)}}{2}$ and $y = \frac{-(\sqrt{4 \cdot r^2 - 7} - 3)}{2}$ or $x = \frac{-\sqrt{-2 \cdot (\sqrt{4 \cdot r^2 - 7} - 3)}}{2}$ and $y = \frac{-(\sqrt{4 \cdot r^2 - 7} - 3)}{2}$ or
 $x = \frac{\sqrt{2 \cdot (\sqrt{4 \cdot r^2 - 7} + 3)}}{2}$ and $y = \frac{\sqrt{4 \cdot r^2 - 7} + 3}{2}$ or $x = \frac{-\sqrt{2 \cdot (\sqrt{4 \cdot r^2 - 7} + 3)}}{2}$ and $y = \frac{\sqrt{4 \cdot r^2 - 7} + 3}{2}$

Vaaditaan, että leikkauspisteet yhtyvät, jolloin kyse sivuamistilanteesta.

$\text{solve}\left(\frac{\sqrt{-2 \cdot (\sqrt{4 \cdot r^2 - 7} - 3)}}{2} = \frac{\sqrt{2 \cdot (\sqrt{4 \cdot r^2 - 7} + 3)}}{2}, r\right) \triangleright r = \frac{-\sqrt{7}}{2}$ or $r = \frac{\sqrt{7}}{2} \text{ ⚠}$

Asetetaan täsmällinen säde liikusäätimen arvoksi ja ratkaistaan ala *Rajattu alue* -toiminnolla.
Asetetaan riittävästi desimaaleja näkyviin hiiren oikean kohdasta määrittäykset.



Pinta-alan voi laskea myös integraalin avulla

Lasketaan ensin sivuamiskohdat

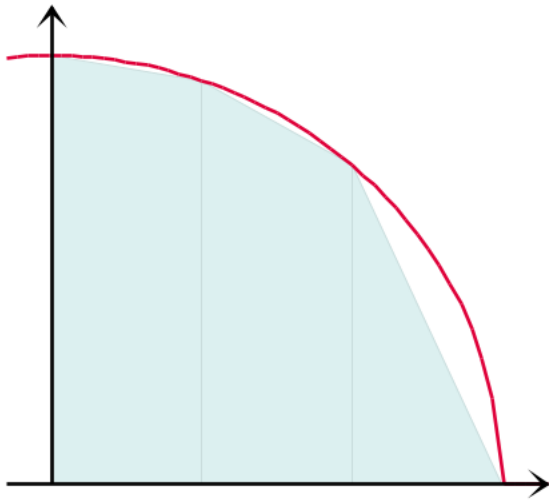
$$\text{solve}\left(\begin{cases} y=x^2 \\ x^2+(y-2)^2=r^2 \end{cases}, \{x,y\}\right) \Big|_{r=\frac{\sqrt{7}}{2}} \rightarrow x=\frac{-\sqrt{6}}{2} \text{ and } y=\frac{3}{2} \text{ or } x=\frac{\sqrt{6}}{2} \text{ and } y=\frac{3}{2}$$

Lasketaan pinta-ala viitaten *Kuvaajissa* aiemmin määriteltyihin funktioihin

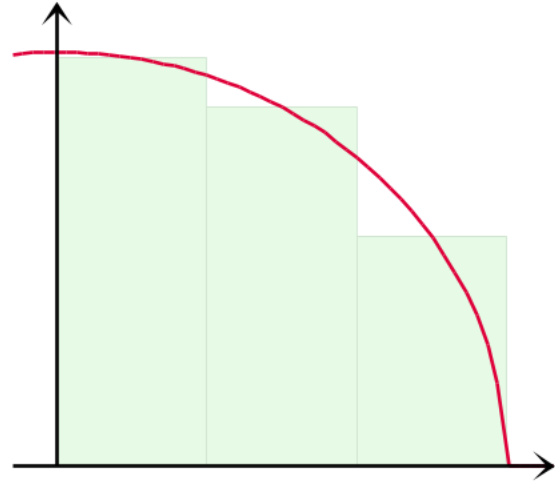
$$\int_{-\frac{\sqrt{6}}{2}}^{\frac{\sqrt{6}}{2}} (f_2(x) - f_1(x)) dx \rightarrow 0.99126267$$

Vastaus: Kysytty ala on 0.99

9. Matematiikan piirto Widgetillä voi piirtää kuvitusta tehtävään



0.72938836826423



0.80160316645342



7.1. Makeispussissa on 22 salmiakkimakeista ja 19 hedelmämakeista. Eeri ottaa pussista kolme makeista. Millä todennäköisyydellä kaikki kolme ovat hedelmämakeisia? (6 p.)

$$\frac{19}{22+19} \cdot \frac{18}{22+18} \cdot \frac{17}{22+17} \blacktriangleright 0.09090056$$

Vastaus: 9.1 %

7.2. Kaikki Eerin ottamat makeiset olivat hedelmämakeisia, jolloin makeispussissa on jäljellä 22 salmiakkimakeista ja 16 hedelmämakeista. Kuura ottaa nyt pussista viisi makeista. Millä todennäköisyydellä näiden viiden makeisen joukossa on vähintään yksi salmiakkimakeinen ja vähintään yksi hedelmämakeinen? (6 p.)

$P(\text{Vähintään yksi salmiakki ja vähintään yksi hedelmä})$

$$= 1 - P(\text{Kaikki hedelmää tai kaikki salmiakkia})$$

$$= 1 - (P(\text{kaikki hedelmää}) + P(\text{kaikki salmiakkia}))$$

$$= 1 - \left(\frac{16}{22+16} \cdot \frac{15}{22+15} \cdot \frac{14}{22+14} \cdot \frac{13}{22+13} \cdot \frac{12}{22+12} + \frac{22}{22+16} \cdot \frac{21}{21+16} \cdot \frac{20}{20+16} \cdot \frac{19}{19+16} \cdot \frac{18}{18+16} \right)$$

$$\blacktriangleright 0.93883357$$

Vastaus: 93.9 %

10. Olkoon suoran osan korkeus h , yläosan korkeus $h/2$, pohjan putkien pituus x . Yläosan putkien pituus saadaan poikkileikkauksesta hyödyntämällä kahdesti Pythagoraan lausetta.

$$b(x) := \sqrt{\left(\frac{\sqrt{x^2+x^2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2} \quad \blacktriangleright \text{Valmis}$$

Tilavuus muodostuu lieriön ja kartion tilavuudesta $x^2 \cdot h + \frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot \frac{h}{2} = 21$, josta saadaan ratkaistua korkeus

$$\text{solve}\left(x^2 \cdot h + \frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot \frac{h}{2} = 21, h\right) \quad \blacktriangleright \quad h = \frac{18}{x^2}$$

Putkien tarve yhteensä $p(x) := 8 \cdot x + 4 \cdot b(x) + 4 \cdot h/h = \frac{18}{x^2} \quad \blacktriangleright \text{Valmis}$

$$f\text{Min}(p(x), x, 0, \infty) \quad \blacktriangleright \quad x = 3^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}$$

Pyydetty likiarvo minimikohdassa:

$$p\left(3^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}\right) \quad \blacktriangleright \quad 40.527411$$

Vastaus: 41 metriä