MAB K2022 Esimerkkejä TI−Nspiren hyödyntämisestä koetehtävissä

(tiedostoa muokataan/täydennetään)

5. Koko matkan pituus x.

Alkumatkan pituus $\frac{x}{3}$

Tästä saadaan yhtälö $\frac{x}{3}+7=\frac{x}{2}$, jonka ratkaisuna matkan pituus

$\text{solve}\left(\frac{x}{3}+7=\frac{x}{2},x\right) \blacktriangleright x=42$

6.1 Olkoon alkuperäinen myyntihinta x. Hinta alennuksen jälkeen on $0.9x$. Jotta voitto olisi 20 %, saadaan yhtälö

$0.9x-120=0.2\cdot 0.9x$

$\text{solve}(0.9\cdot x-120=0.2\cdot 0.9\cdot x,x) \blacktriangleright x=166.66667$

Vastaus: Alkuperäinen myyntihinta pitäisi olla 167 €

6.2 Olkoon x alennusta vastaava prosenttikerroin. Jotta voitto olisi 20% myyntihinnasta, saadaan yhtälö

$\frac{199\cdot x-140}{199\cdot x}=0.2$

$\text{solve}\left(\frac{199\cdot x-140}{199\cdot x}=0.2,x\right) \blacktriangleright x=0.87939698$

$1-0.87939698 \blacktriangleright 0.12060302$

Vastaus: Alennus voi olla suurimmillaan 12%

Ylioppilastutkintolautakunnan malliratkaisussa laskettu 20 % voitto ostohinnasta, jonka takia vastaus poikkeaa.

8. Lukuun 10 lisätään erään positiivisen luvun neliön ja kuution erotus. Määritä derivaatan avulla suurin mahdollinen arvo, joka näin voidaan saada.

Ratkaisu

Olkoon kyseinen luku x ja laskutoimituksen tulosta kuvaava funktio f.

$\mathbf{f}(x):=10+x^2-x^3$ ▸ *Valmis*

Derivaattafunktion lauseke:

$\frac{d}{dx}(\mathbf{f}(x))$ ▸ $2\cdot x-3\cdot x^2$

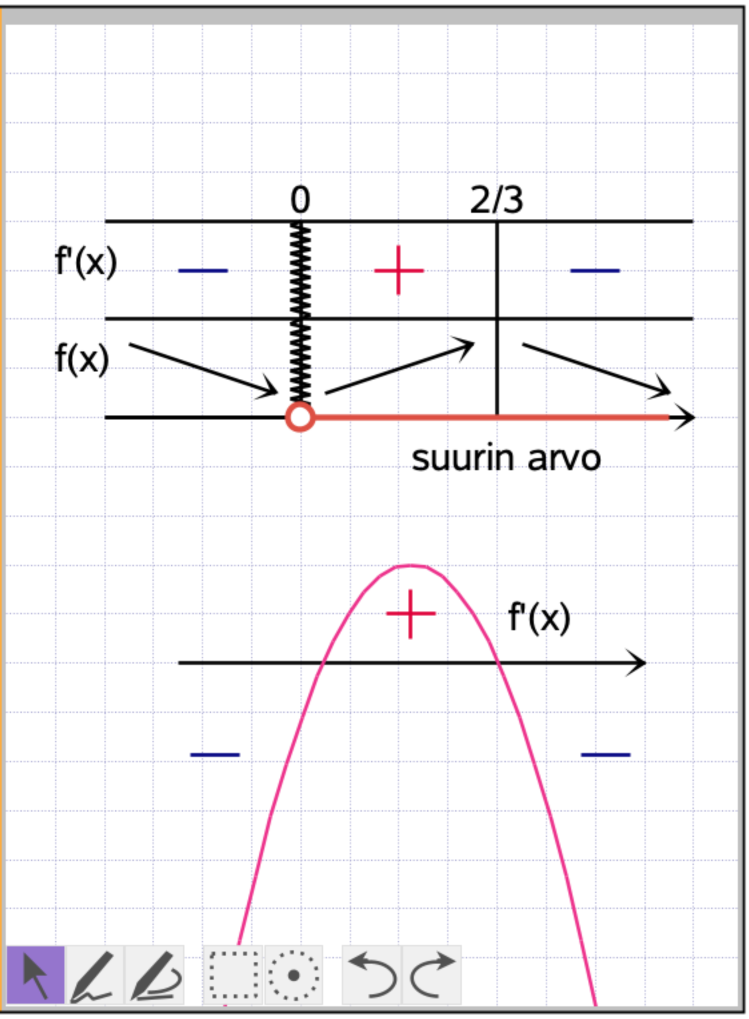
Derivaatan nollakohdat:

$\text{zeros}(2\cdot x-3\cdot x^2,x)$ ▸ $\left\{0,\frac{2}{3}\right\}$

Funktio saa suurimman arvonsa kohdassa

$x=2/3$ ja arvo on $\mathbf{f}\left(\frac{2}{3}\right)$ ▸ $\frac{274}{27}$

Vastaus: Suurin arvo on $\frac{274}{27}$



10 Lukujono alkaa luvuilla 4 ja 9. Kuinka moni lukujonon jäsen on pienempi kuin 1 000, jos lukujono on

10.1 aritmeettinen (6 p.)

$a_n=4+5\cdot(n-1)$

$\text{solve}(4+5\cdot(n-1)<1000,n)$ ▸ $n<200.2$

Vastaus: 200 jäsentä

10.2.geometrinen? (6 p.)

$a_n=4\cdot\left(\frac{9}{4}\right)^{n-1}$

$\text{solve}\left(4\cdot\left(\frac{9}{4}\right)^{n-1}<1000,n\right)$ ▸ $n<7.8087991$

Vastaus: 7 jäsentä

11. Merkitään annetut arvot taulukkoon. Valitaan akselit Tilastot sovellukseen. Sovitetaan eksponentiaalinen malli. Lausekkeen voi lukea näytöltä tai poimia VAR−painikkeen valikosta

$\mathbf{f}(x):=\mathbf{stat.RegEqn}(x)$ ▸ *Valmis*

$\mathbf{f}(14+140)$ ▸ 334596.8

11.2. Ratkaistaan a ja b viittaamalla taulukon tietoihin

$\text{solve}\left(\mathbf{määrä}=a\cdot 2^{b\cdot\, \mathbf{aika}},a,b\right)$

▸ $a=389.$ and $b=0.06330154$

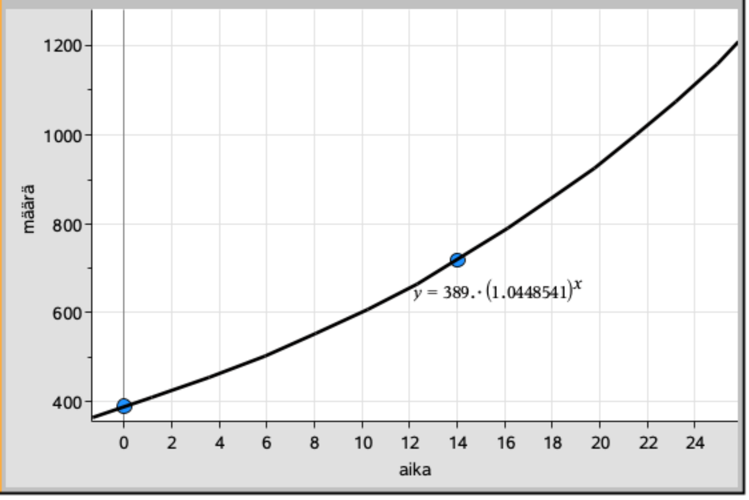
tai saman yhtälön vaihtoehtoisesti kirjoittaa osissa

$\text{solve}\left(\begin{cases}389=a\cdot 2^{b\cdot 0}\\ 719=a\cdot 2^{b\cdot 14}\end{cases},\{a,b\}\right)$

▸ $a=389.$ and $b=0.06330154$

	A aika	B määrä	C	D	E	F
=						
1	0	389				
2	14	719				
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						

B3



12. Myyntitulojen maksimointi 12 p.

Tuotteen nykyinen hinta on 60 euroa. Kauppias arvioi, että tällä hinnalla tuotetta myydään 1 000 kappaletta. Myyntituloja kasvattaakseen kauppias päättää muuttaa tuotteen hintaa. Vastaavan tuotteen myynnistä kertyneen kokemuksen perusteella kauppias arvioi, että jokainen euro, jolla tuotteen hinta nousee, vähentää myyntiä kymmenellä kappaleella. Vastaavasti jokainen euro, jolla tuotteen hintaa laskee, kasvattaa myyntiä kymmenellä kappaleella.

Kuinka suuret myyntitulot ovat, jos tuotteen hinta on 55 euroa? (2 p.)

Myyntitulit ovat $55\cdot(1000+10\cdot 5)$ ▸ 57750

Muodosta myyntituloja mallintava funktio f(x), kun x on tuotteen hinnan muutos, ja laske sen derivaatta f'(x). (5 p.)

Myyntituloja mallintava funktio on $\mathbf{f}(x):=(60+x)\cdot(1000-10\cdot x)$ ▸ *Valmis* ja derivaatta

$f'(x)=\frac{d}{dx}(\mathbf{f}(x))$ ▸ $400-20\cdot x$

Määritä se tuotteen hinta, jolla saadaan suurimmat mahdolliset myyntitulot. (5 p.)

$\text{fMax}(\mathbf{f}(x),x)$ ▸ $x=20$

$\mathbf{f}(20)$ ▸ 64000

Tuotteen hinta tällöin 60+20 = 80 euroa.

Tehtävässä 8 poissuljettiin toiminnon fMax / fMin käyttö vaatimalla suurimman arvon selvittämistä derivaatan avulla. Tässä tehtävässä pyydettiin laskemaan derivaatta, muttei vaadittu suoraan sen käyttöä suurimman arvon ratkaisemisessa.

13.1. Lasketaan tilavuus vähentämällä kuution tilavuudesta 8 kartiota, joiden pohja suorakulmainen kolmio.

$$2^3-8\cdot\frac{\frac{1^2}{2}\cdot 1}{3} \blacktriangleright \frac{20}{3} \text{ ja likiarvo } \frac{20}{3} \blacktriangleright 6.6666667$$

Vastaus: 6.7 cm^3

13.2 Ratkaistaan säännöllisen monikulmion sivujen pituudet d ja särmästä leikkauskohtaan mitattava korkeus h.

$$\text{solve}\left(\begin{cases}2=h+d+h\\ d^2=h^2+h^2\end{cases},\{h,d\}\right)|h>0 \text{ and } d>0 \blacktriangleright d=2\cdot\left(\sqrt{2}-1\right) \text{ and } h=-\left(\sqrt{2}-2\right)$$

Lasketaan pinta−ala. Lasketaan kahdeksankulmion ala vähentämällä neliöstä nurkkakolmiot ja käytetään tasasivuisille kolmiolle valmista pinta−alan kaavaa.

$$6\cdot\left(2^2-4\cdot\frac{h^2}{2}\right)+8\cdot\frac{d^2\cdot\sqrt{3}}{4}|d=2\cdot\left(\sqrt{2}-1\right) \text{ and } h=-\left(\sqrt{2}-2\right) \blacktriangleright 22.259634$$

Vastaus: 22 cm^2